

活動主題 「角と平行線に着目して、性質がいつでも成り立つことを説明する」

活動の価値

中学校では、初等幾何学を「図形」という領域で学習する。初等幾何学は、ユークリッドの『原論』という著作に示された幾何学の一部を中学生向けにまとめたものである。『原論』(英語では Elements)は、古代ギリシア時代、紀元前3世紀ごろにユークリッド(エウクレイデス)により編纂されたといわれる書物で、当時の数学が体系的にまとめられている。そこでは、少数のごく単純な性質から出発し、順を追って数多くのより複雑な性質を導いていくという方法がとられている。このような先人により数学が構成されてきた内容を追体験することは、図形領域における資質・能力を身につけることができるだけでなく、先人の思考に思いを馳せることができるので歴史的価値の側面からみても意義があることである。また、中学校の「図形」領域では、論理的に考察し表現する力を養うことも目的である。この、論理的に考察し表現する力の育成は、第1学年では、根拠を基に説明すること、第2学年では、証明の必要性和方法を理解すること、第3学年では、論理的な考察を簡潔・明瞭に表現できることというように系統性をもって学んでいく。このことから、第2学年のこの期に、定義や、説明できた性質を根拠として新たな性質を導き出していくという本活動は意義がある活動である。

本活動は、角と平行線の性質について理解し、それを基にして、問題を解いたり、図形に関していつでも成り立つ性質を説明したりしていく活動である。具体的には、対角線の定義からはじめ、平行線と同位角や錯角について、三角形の角度について、多角形の外角や内角についていつでも成り立つことを説明しながら学びを進めていく。この活動を通して子どもは、既習の数理から使える性質や定理を想起し、解決に必要な数理や方法を発想し、論理的に説明していく力を養うことができるので、大変意義深い活動である。

子どもの実態

本学級の子ども(〇名中〇名)は、事前アンケート(4段階評価)の結果を見ると、「普通の授業で問題を解くとき、どの段階で解決することが多いか。」の回答は、自力解決が〇%、ペアや班での交流が〇%、全体での交流が〇%、わからないまま終わるといふ回答はなかった。子どもたちは、その時間で解法を理解しているが、全体交流の詳しい説明をきくことで理解している子どもが全体の〇%もいることが分かった。また、「問題を解く途中で「これが分かったら解ける」と思うことがあるか。」の回答は、とても〇%、まあまあ〇%、あまり〇%、ぜんぜん〇%であった。問題解決の際の困難さに直面したとき、解決の過程を見通そうとする子どもが多くいる。しかし、実際の学習の際には、そのことを友達と共有したりする姿はあまり見られない。一方で、「図形の学習は、役立つと思うか。」の回答は、とても〇%、まあまあ〇%、あまり〇%、ぜんぜん〇%であった。図形の学習に対する有用性を感じているとはいえない。

以上のことから、多くの子どもが自ら数理を創造することができるように、自力解決や小集団での交流の中で解決できるような手立てを打つ必要がある。そのために「これが分かったら」という思いを共有し、解決の糸口を見いだすことができる場を設定する必要があると考える。また、図形領域の学習について、数理構成の面だけではなく、論理的に話したり証明したりする力をはぐくむことから有用性を実感できるようにする必要があると考える。

活動の指導観

そこで本活動では、図形の角と平行線に着目し、性質を明らかにするとともに、その過程で解決のための既知の数理を吟味し、解決方法を発想し、筋道立てて説明し、角と平行線の数理の価値を見いだすことができるようにすることをねらいとする。そのために、次のような援助を行う。

- ・一次では、角と平行線についての学習意欲を高めることができるように、既習のやり方ではすべての場合においていけないことに気づく場を設定する。【単元の問題の焦点化】
- ・二次では、既知の数理から解決方法を発想し、筋道立てて説明し、新たな性質を見いだすことができるように分かっていること、分かればよいことを整理する場を設定する。【本時の問題の焦点化】
- ・三次では、角と平行線の性質についての数理の価値を見いだすことができるように、角と平行線の性質を活用する問題を提示する。解決の途中で、「何が分かれば解決するのか」と、問う。

【問題解決のための焦点化】

本時 第三次の1時（1／4）

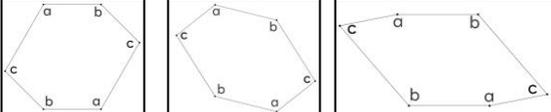
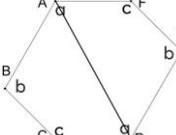
本時の指導観

前時までには子どもは、対頂角、平行線の錯角や同位角、三角形の角度、多角形の内角や外角についていつでも成り立つ性質を演繹的に考え、理解することができている。さらに、星形多角形についてこれらの性質を使って角度の大きさを求めることができるようになってきている。そこで本時は、対角が等しい六角形の対辺が平行になることを、本活動で学習した様々な性質を活用して演繹的に説明し、いつでも成り立つことを説明するときの根拠となる数理の価値を実感する活動を設定する。

主眼

平行を説明するときには錯角か同位角が等しいと平行になることを発想し、図から錯角の関係を見出し、それが等しいことを説明することができるようにし、証明の根拠となるこれらの数理の価値を実感することができるようにする。

本時の過程

学習活動・内容	指導のねらい・内容・方法	形態	配時
<p>1 本時の学習内容を確認し、めあてを設定する。</p> <p>(1) いろいろな対角が等しい六角形を見比べ、共通でいえることを発想する。</p> <div data-bbox="167 757 750 918" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>対角が等しい六角形</p>  <p>向かい合う辺が平行だろう 図は成り立っているが、他のは・・・？</p> </div> <p>(2) めあてを設定する。</p> <div data-bbox="167 1030 750 1120" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>対角が等しい六角形は対辺が平行であることを説明しよう。</p> </div>	<div data-bbox="790 638 1260 728" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>本時学習についての関心を高めることができるようにする。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・本時の問題について関心を高めることができるように、数枚の対角が等しい六角形の図を見ながら共通の決まりを発見する場を設定する。 ・本時学習の方向性を確認することができるように、めあてを設定する。 	一斉	7
<p>2 対辺が平行であることを証明する。</p> <p>(1) 自力解決をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・頂点に番号を打つ ・AF//CDを示す <p>(2) 班で話し合う</p> <ul style="list-style-type: none"> ・わかっていること ・$\angle A = \angle D$、$\angle B = \angle E$、$\angle C = \angle F$ <div data-bbox="167 1355 750 1478" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>「何がいえればいいのか？」 → AFとCDがつくる錯角が等しいことがいえればよい。</p> </div> <p>(3) 全体で共有する</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$a+b+c=360^\circ$ ・四角形 ABCD の内角の和も 360° ・よって $\angle FAD = \angle CDA$ ・錯角が等しいので AF//CD がいえる <div data-bbox="558 1489 758 1646" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">  </div>	<div data-bbox="790 1142 1260 1276" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>錯角か同位角が等しいと平行になることを発想し、図から錯角の関係を見出し、それが等しいことを説明することができるようにする。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・粘り強く解こうとすることができるように自力解決の場を設定する。 ・錯角か同位角が等しいといえると平行になることを発想し、図から錯角の関係を見出すことができるように、「何が言えればいいのか」と問い、問題を焦点化する。 ・錯角が等しいことを理解することができるように、全体で共有する場を設定する。 	個／小集団／学級集団	36
<p>3 本時をまとめ、振り返る。</p> <div data-bbox="167 1758 750 1836" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>六角形の内角の和を求め、平行線の錯角の性質を使うと説明できた。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・これですべての対角が等しい六角形でいえたことになるのすごいです ・八角形や十角形ではいえるかな 	<div data-bbox="790 1736 1260 1814" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>数理の価値を実感することができるようにする。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・内角の和の求めることや、平行線と錯角や同位角の価値を実感することができるように、本時学習をまとめ、振り返りを書く場を設定する。 	学級集団／個	7

活動の評価

知識・技能	<ul style="list-style-type: none"> ・対頂角、平行線と同位角、錯角の関係を理解している。 ・三角形の内角の和、外角と隣り合わない内角の和の関係を理解している。 ・多角形の内角や外角について理解している。
思考・判断・表現	<ul style="list-style-type: none"> ・多角形の角度を平行線と角の性質をもとに求めることができる。 ・基本的な平面図形の性質を見だし、平行線や角の性質をもとにしてそれらを確認説明できる。
主体的に学習に取り組む態度	<ul style="list-style-type: none"> ・角と平行線についての学習に関心を持ち、粘り強く学習に取り組もうとしている。 ・解決の過程を振り返り、評価、改善しようとしている。

※ 知：知識・技能

思：思考・判断・表現

態：主体的に学習に取り組む態度

次	時	学習活動	評価規準（観点：方法）	指導の個別化（手だて）
一	1 ①	<p>1 既習の平面図形について考え、学習課題を設定する。</p> <p>(1) 既習の平面図形について小学校の学習を想起する。</p> <p>(2) 本当にいつも成り立つのかを考える。</p> <p>(3) ユークリッドについて知り、学習課題を設定する。</p>	<p>角と平行線についての学習に関心を持ち、粘り強く学習に取り組もうとしている。</p> <p>（態：ノート、様相観察）</p>	<p>小学校の時の教科書を提示し、学習過程を想起できるようにする。</p> <p>調べた三角形の他に三角形はないのかと問う。</p> <p>これまで、いつでも成り立つことを説明するときどのようなことをしたのかと問う。</p>
		<p>学習課題</p> <p>図形について、いつでも成り立つことを説明できるようになる。</p>		
二	1 ②	2 角と平行線について理解する。	対頂角、平行線と同位角、錯角の関係を理解している。（知：学習プリント）	図で指し示しながら平行線と同位角、錯角の位置関係を捉えることができるようにする。
	2 ③	3 多角形の角について理解する。	三角形の内角の和、外角と隣り合わない内角の和の関係を理解している。（知：学習プリント）	図で指し示しながら説明し、三角形の角度の関係について捉えることができるようにする。
			多角形の内角や外角について理解している。（知：学習プリント）	図で指し示しながら多角形の内角や外角を捉えることができるようにする。
三	1 ④	4 角と平行線について獲得した数理を使って、角度の値を求めたり、いつでも成り立つことを説明したりする。	基本的な平面図形の性質を見だし、平行線や角の性質をもとにしてそれらを確認説明できる。（思：ノート）	図の中にこれまでまとめた角や平行線、多角形の性質が使えないかを問う。また、何が分かれば解けそうかを問う。
		(1) 対角の大きさが等しい六角形の対辺は平行であることを説明する	星形多角形の角度を平行線と角の性質をもとに求めることができる。（思：学習プリント）	図の中にこれまでまとめた角や平行線、多角形の性質が使えないかを問う。
		(2) 星形多角形の角度を求める		
		(3) 平行線の数理の価値について活動を振り返る。	解決の過程を振り返り、評価、改善しようとしている。（態：学習プリント）	今回習ったことで、問題を解く中で役に立ったことはないかを問う。

授業のポイント

1 学習内容についての説明

本授業で取り扱う内容は「図形の性質と合同」の「角と平行線の性質」です。ここでは、角と平行線の性質について理解し、それを基にして、問題を解いたり、図形に関していつでも成り立つ性質を説明したりしていきながら学習をすすめていきます。具体的には、2直線がつくる対頂角は等しいことの説明から始まり、平行線と同位角や錯角について、三角形の角度について、多角形の外角や内角についてと、いつでも成り立つ性質を見だし、説明しながら学びを進めていきます。この単元を通して、既習の数理から使える性質や定理を想起し、解決に必要な数理や方法を発想し、論理的に説明していく力を養うことを目指します。

2 今日の授業についての説明

今日の学習では、平行を説明するときには錯角か同位角が等しいと平行になることを発想し、図から錯角の関係を見出し、それが等しいことを説明することができるようにし、証明の根拠となるこれらの数理の価値を実感することができるようにすることをねらいます。

そこでまず、対角が等しい六角形の図を数枚見比べ、共通でいえることを発想する場を設定します。その際、「本当にすべての対角が等しい六角形でいえるのか」と問い、本時学習の目的意識を持つことができるようにします。そして、対辺が平行であることを自分なりに説明できるように考えていきます。班での交流の途中で全体に「何が言えれば平行が言えるのか」を問い、平行ならば錯角や同位角が等しくなることから「 $\angle \square\square = \angle \square\square$ がいえないか」と問題を焦点化していきます。そのあとで、他の六角形についても説明を考え、本時使った数理について振り返り、価値を実感できるようにしていきます。本時は数理の活用場面です。問題を解く中で、問題を焦点化することで、班での交流の中で一人でも多くの子どもが自力で解決できているかという視点で今日の授業をご覧いただけたらと思います。

3 学習過程についての説明

学習活動・内容	配時
<p>1 本時の学習内容を確認し、めあてを設定する。</p> <p>(1) いろいろな対角が等しい六角形を見比べ、共通でいえることを発想する。</p> <p>(2) めあてを設定する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> 対角が等しい六角形は対辺が平行であることを説明しよう。 </div>	7
<p>2 対辺が平行であることを証明する。</p> <p>(1) 自力解決をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 頂点に番号を打つ ・ $AF \parallel CD$ を示す。 <p>(2) 班で話し合う</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ わかっていること $\angle A = \angle D$、$\angle B = \angle E$、$\angle C = \angle F$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> 「何がいえればいいのか？」 → AF と CD がつくる錯角が等しいことがいえればいい。 </div> <p>(3) 全体で共有する</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $a + b + c = 360^\circ$ ・ 四角形 $ABCD$ の内角の和も 360° ・ よって $\angle FAD = \angle CDA$ ・ 錯角が等しいので $AF \parallel CD$ がいえる 	36
<p>3 本時をまとめ、振り返る。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> 六角形の内角の和を求め、平行線の錯角の性質を使うと説明できた。 </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ これですべての対角が等しい六角形でいえたことになるのがすごい。 ・ 八角形や十角形ではいえるかな。 	7

