

【単元シート】

単 元	第1章 数列 ( 3. 漸化式と数学的帰納法 )
-----	--------------------------

配当時間 ( 10 ) 時間

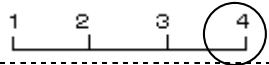
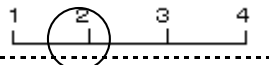
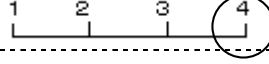

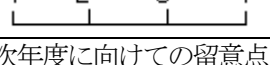
生徒の実態	
学習の到達度 2009年10月26日 事前調査より	
○ 等差数列の一般項	→A
○ 等差数列の和	→B
○ 等比数列の一般項	→B
○ 等比数列の和	→C
○ シグマの定義	→C
○ シグマの計算	→C
A (よくできる) B (ほぼできる) C (あまりできない)	

名	1. 漸化式
目 標	漸化式を理解し、関係式から一般項を求めることができる。
学 習 内 容	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 漸化式の定義</li> <li>・ 等差数列の漸化式</li> <li>・ 等比数列の漸化式</li> <li>・ 階差数列を利用する漸化式</li> <li>・ いろいろな漸化式</li> </ul> 配当時間 ( 6 ) 時間
手 だ て ( 全 体 ・ A 層 ・ C 層 )	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 全体 漸化式への興味・関心を高めるために、フィボナッチ数列を取り扱う。 題意から漸化式を立式し、一般項を求め、その有用性を実感させるために「ハノイの塔」を取り扱う。</li> <li>・ A層 多様な問題に取り組みさせる。</li> <li>・ C層 等差・等比数列の漸化式について、徹底して指導する。</li> </ul>

名	2. 数学的帰納法
目 標	数学的帰納法の利用法を理解し、等式・不等式の証明をすることができる。
学 習 内 容	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 数学的帰納法の定義</li> <li>・ 等式の証明</li> <li>・ 不等式の証明</li> <li>・ 漸化式と数学的帰納法</li> </ul> 配当時間 ( 4 ) 時間
手 だ て ( 全 体 ・ A 層 ・ C 層 )	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 全体 数学的帰納法の原理を理解させるために、ドミノ倒しを例として取り扱う。</li> <li>・ A層 数学的帰納法を用いて証明できるような公式や方程式・不等式を発見させる。</li> <li>・ C層 証明の手順と解答の作り方、用語の使い方について、徹底して指導する。</li> </ul>

名	
目 標	
学 習 内 容	配当時間 ( ) 時間
手 だ て ( 全 体 ・ A 層 ・ C 層 )	

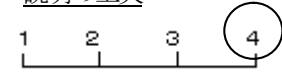
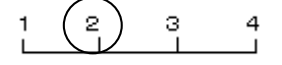




生徒のゴール像
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 関心・意欲・態度 漸化式・数学的帰納法の利便性を実感する。</li> <li>・ 知識・理解 数学的帰納法を用いて等式・不等式を証明することができる。</li> <li>・ 技能・表現 漸化式を題意から立式することができる。</li> <li>・ 数学的な見方・考え方 図形などの関係性を見抜くことができる。</li> </ul>

[手だて・工夫の有効性]
① 説明の工夫 
② 学習形態の工夫 
③ 教具の工夫 
④ 
⑤ 

次年度に向けての留意点
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 第n項から第n+1項を求めることができるという漸化式の有用性を、簡単な例をもとに実感させる。</li> <li>・ 数学的帰納法の証明における用語や用法を事前に学年で統一する。</li> </ul>

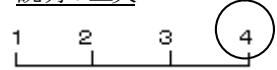
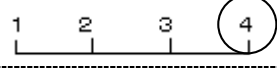




【授業シート】

◎授業者 [職名・氏名 教諭・ ] ◎実施日・校時 [平成 21年 11月 ○日 (○) ・ 校時] ◎授業クラス [2年○組:生徒数○名] ◎実施場所 [2年○組 教室]

学習の展開 (内容、活動)	授業の手だて・工夫 (指導上の留意点)			授業の振り返り	
	全 体	A 層	C 層	手だての有効性	[手だて・工夫など]
<p>授業目標 (ねらい)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>数学的帰納法を用いて不等式を証明する。</li> </ul>					
<p>導入</p> <p>数学的帰納法の原理を復習させる。</p>					① 説明の工夫 
<p>導入</p> <p>数学的帰納法を用いた証明のポイントを確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>前時に考えた等式の証明を板書させておき、それをもとに復習させる。</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n = k</math> のときの仮定を <math>n = k + 1</math> の時の左辺のどの部分に代入しているかを確認させる。</li> </ul>	→ 全員に確認することで有効	② 学習形態の工夫 
<p>展開</p> <p>数学的帰納法を利用した不等式の証明。</p> <p>① 例題 15 <math>n</math> が 4 以上の自然数の時、次の不等式を証明せよ。</p> $2^n > 3n$ <p>② 問 32 <math>n</math> が 2 以上の自然数の時、次の不等式を証明せよ。</p> $3^n > 2n + 1$ <p>サクシード重要例題 85  <math>n</math> が自然数の時、<math>2^n</math> と <math>n^2 + 1</math> の大小を比較せよ。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>「全ての自然数 <math>n</math> に」ではなく <math>n</math> に条件がある場合の数学的帰納法では、「<math>n = 1</math> のとき」の部分をもどくように変えればよいかを例題 15 と問 32 を例に考えさせる。</li> <li>不等式の証明では、(左辺) - (右辺) もしくは (右辺) - (左辺) を計算し、0 と大小を比べることを確認させる。</li> </ul>			→ 有効	③ 
<p>展開①</p> <p>教師の説明をもとに不等式の場合の証明の方法を理解し、用語や表現方法を覚える。</p>					④ 
<p>展開②</p> <p>展開①をもとに証明する。</p>					⑤ 
<p>評価</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>数学的帰納法を用いて不等式の証明ができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>個人で考える時間のあとに、グループ毎でそれぞれの解答を共有させる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n = 1, 2, 3 \dots</math> と代入して調べる方法以外に大小関係を推測する方法を考えさせる。(指数関数と 2 次関数)</li> <li>グループメンバーがつかずにいる場合、そのつかずきを発見し、わかりやすく説明するよう、指示する。</li> </ul>		→ $n = k + 1$ の時の不等式を明記させることで、示すべきことが明確になり有効	 次の授業の改善
				→ 指数関数の概形を思い浮かべることが困難であった。復習が必要	<ul style="list-style-type: none"> <li>簡単な式計算のミスなどはグループ内で発見し、教えあえるような時間を確保する。</li> </ul>
				→ 個人で考える時間が多かったが、何組か A 層が C 層に教える場面があった。有効	

【授業シート】

◎授業者 [職名・氏名 教諭・ ] ◎実施日・校時 [平成 21年 11月 ○日 (○) ・ 校時] ◎授業クラス [2年○組:生徒数○名] ◎実施場所 [2年○組 教室]

学習の展開 (内容、活動)	授業の手だて・工夫 (指導上の留意点)			授業の振り返り	
<p>授業目標 (ねらい)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>数学的帰納法を用いて整数問題を証明する。</li> </ul>	全体	A 層	C 層	手だての有効性	[手だて・工夫など]
<p>導入</p> <p>数学的帰納法の原理を復習させる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>前時に考えた不等式の証明を板書させておき、それをもとに復習させる。</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>不等式の証明では、(左辺) - (右辺) もしくは(右辺) - (左辺) を計算し、0 と大小を比べることを確認させ、<math>n=k</math> のときの仮定の不等式を <math>n=k+1</math> のときの左辺に代入するとき等号が不等号に変化していることを再確認させる。</li> </ul>	→ 有効	<p>① 説明の工夫</p> 
<p>導入</p> <p>数学的帰納法を用いた証明のポイントを確認する。</p>					<p>② 学習形態の工夫</p> 
<p>展開</p> <p>数学的帰納法を利用した整数問題の証明</p> <p>① 例題 16 <math>n</math> が自然数の時、<math>n^3 + 2n</math> は3の倍数であることを証明せよ。</p> <p>② 問 33 <math>n</math> が自然数の時、次のことを証明せよ。</p> <p>(1) <math>4n^3 - n</math> は3の倍数である。</p> <p>(2) <math>3^{2n-1} - 1</math> は8の倍数である。</p> <p>サクシード重要例題 84</p> <p><math>n</math> を自然数とする時、<math>5n + 1 + 6^{2n-1}</math> は31の倍数であることを、数学的帰納法によって証明せよ。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n=k</math> のときの仮定「<math>k^3 + 2k</math> は3の倍数である」を「<math>k^3 + 2k = 3m</math>」と数式で表現すること確認する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>「<math>k^3 + 2k = 3m</math>」とした時の <math>m</math> の条件を考えさせる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>問 33(2) やサクシード重要例題 84 では指数法則の確認をする。</li> </ul>	→ 有効	<p>③</p> 
<p>展開①</p> <p>教師の説明をもとに整数問題の場合の証明の方法を理解し、用語や表現方法を覚える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>個人で考える時間のあとに、グループ毎でそれぞれの解答を共有させる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>グループメンバーがつかずいている場合、そのつかずきを発見し、わかりやすく説明するよう、指示する。</li> </ul>			<p>④</p> 
<p>展開②</p> <p>展開①をもとに証明する。</p>			→ 有効	<p>⑤</p> 	
<p>評価</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>数学的帰納法を用いて整数問題の証明ができる。</li> </ul>	 <p>次の授業の改善</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>教師の説明だけでなく、グループ内での教え合いによって理解が深まるように、A 層名指しで褒めるなどの声かけをする。</li> <li>指数法則が曖昧になっている生徒に対しては教師や A 層の説明により有効</li> </ul>			