

活動主題 「円のつくりだす美しさを堪能する」**活動の価値**

「円において角が同じ弧を底辺とするとき、中心角は円周角の2倍である。」これは、「ユークリッド原論（以下原論）」第3巻の命題20である。中学校の図形の内容は「原論」を基礎としており、われわれの身の回りの物理的空間を記述する唯一の幾何学として脈々と息づいてきた。「原論」は、5つの公準と5つの公理により人間が理性に基づいて、どのように緻密な思考を積み重ねて組織的に考えを進め、整然とした体系をつくることができるかを具体的に示している。このように幾何教育は、論理的に考察する過程に価値をおき、直観と論理とを一体化させて、創造力を養うことをめざしてきた。

本活動は、円の性質に関する数理を、直観と論理を往還させながら構成していく活動である。本活動を通して子どもは、円の性質に関する数理を、観察や操作、実測などを通して見だし、直観により導かれた数理が常に成り立つか、証明（論理）によって明らかにできることを理解することができる。また、既習の数理を基に、新たな数理を創造しようとする態度を養うことができる。このことは図形に対する直観的な見方や考え方を養うとともに、図形の性質を数学的な推論によって考察する過程を通して、論理的に考察し表現する力をはぐくむことにつながることから大変価値がある。

子どもの実態

本学級の子ども〇名に、凹四角形の凹角の性質の証明に関する調査問題を行ったところ、すべての子どもが既習の数理を基に、証明方法を発想することができており（内訳：1つ〇名、2つ〇名、3つ〇名、4つ〇名、5つ〇名）、1つ以上の方法で証明をすることができている子どもが〇名、発想したすべての方法を証明できた子どもは、〇名いた。また、発想の中に、凹角の性質を多角形の内角の和と統合的に捉えている子どもは〇名いた。しかし、統合的に捉えることができたものの、その発想を論理的に考察し、証明するまでには至っていない。さらに、証明した方法の中から、一番よいと思う証明とその理由を答える設問については、「簡単だから」が〇名、「わかりやすいから」が〇名「他の場面にも応用できるから」が〇名であった。数学における創造的態度を測定する「創造性態度テスト（数学教育学会誌2002掲載）」による分析では、「疑問をもち追究する」については、〇名が概ね満足できる回答をしている。また、「あらゆる方法で考える」については、〇名が概ね満足できる回答をしている。さらに、「どうしてそうなるか考える」については、〇名が概ね満足できる回答をしている。そして、「どの方法がもっとも適しているか考える」については、〇名が概ね満足できる回答をしている。

以上のことから、本学級の子どもは、既習の数理を基に、論理的に考察することができている。一方、1つの解法が得られても、よりよい解法を追究していこうとすることには課題が見られる。また、統合の価値をより実感できる図形領域においても、数学のよさの判断基準が簡単、わかりやすいに偏っており、多くの概念を1つの概念へとまとめていくことのできる統合の価値を実感するには至っていない。また、統合的に捉えることはできても、その発想を論理的に考察することに課題が見られることから、協働による問題解決に重点をおいて活動を構成していく必要があると考える。

活動の援助観

そこで、本活動では、円の性質のつながりや1つの概念でまとめることのできる統合の価値を実感し、数理を自ら創造しようとする態度をはぐくむことをねらいとする。そのために、次のような援助を行う。

- ・円の性質に関する数理を学ぶ必然性を実感することができるように、直観を補完するための論理が不十分であることを実感する活動を設定する。その際、「何がわかれば解決できそうか」と問い、学習課題を設定する。
- ・既習の数理を基に、円の性質に関する数理を構成し、統合的に捉えることができるように、直観により導き出した数理を論理的に考察し、説明する活動を設定する。その際、多様な考え方に対して「共通することはないか」と問い、比較・分類し、関連づける活動を設定する。
- ・数理を自ら創造しようとする態度をはぐくむことができるように、既習の数理を活用して問題を解決する活動を設定する。その際、「これまで学んだことの何が、どのように使えそうか」と問い、課題を焦点化して論理的に考える場を設定する。

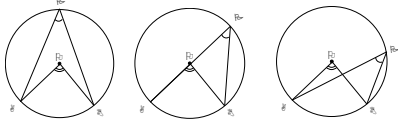
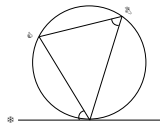
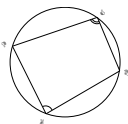
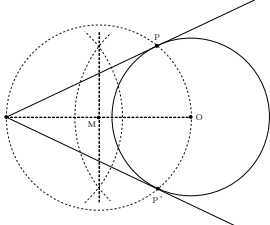
○ 子どもの学習目標

円周上の点を結んだときにできる角の性質について考えることができる。

○ 教師の援助目標

円の性質のつながりや1つの概念でまとめることのできる統合の価値を実感し、数理を自ら創造しようとする態度をはぐくむことができるようにする。

活動計画 (6時間)

次	時	学習活動・内容	子どもの問いと思考	援助のねらい・内容・方法
一	1 ①	1 円の性質について課題を設定する。 (1) 漁船が安全に航行できる方法について考える。 ・3点を通る円の作図 ・外角の定理 (2) 学習課題を設定する。 学習課題 円周上の点を結んだときにできる角の性質を考えよう。	灯台を目印として何を測ればいいのか。 ↓ 円周上の点を結んだときにできる角が関係しているんだな。どんな性質があるのか探っていきたいな。	円の性質を学ぶ必然性を実感することができるようにする。 ・円の性質を学ぶ必然性を実感することができるように、実測による結果や直観を問い直す活動を設定する。 ・活動の見通しをもつことができるように、困難点を明確にし、学習課題を立てる場を設定する。
	1 ④	2 円周上の点を結んだときにできる角について考える。 (1) 円周角と中心角の関係について考える。 ・円周角の定理 ・ $\angle APB = 1/2 \angle AOB$ ・タレスの定理  (2) 接線と弦がつくる角について考える。 ・接弦定理 ・ $\angle TAC = \angle ABC$  (3) 円に内接する四角形について考える。 ・対角の和は 180° ・ $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ 	同じ弧がつくる円周角は等しくなりそうだけど、いつでも成り立つのかな。 ↓ 弦を線分としてではなく、直線として考えることで、3つの定理はつながっていることがわかるな。	既習の数理を基に、円の性質に関する数理を構成し、統合的に捉えることができるようにする。 ・円周角の定理を理解することができるように、二等辺三角形の性質や外角の定理等を基に、論理的に説明する活動を設定する。 ・接弦定理が成り立つ理由を説明することができるように、円周角の定理や円の中心と接点を結んだ線分と接線が垂直に交わることを基に、論理的に考える活動を設定する。 ・円に内接する四角形の対角の和が 180° になる理由を説明することができるように、円周角の定理や二等辺三角形の性質等を基に、論理的に考える活動を設定する。 ・円の性質に関する数理を統合的に捉えることができるように、点の移動による変化から共通点を見いだす活動を設定する。
三	1 ①	3 円の接線について考える。 (1) 円の外部にある点から、円への接線を作図する方法を考える。 ・タレスの定理の活用 	円周角の定理を使うことで何を明らかにできるのかな。 ↓ 図形の性質は次の性質へとつながりそうやって「原論」はつくられてきたんだな。これからも数学の美しさをみつけていきたいな。	数理を自ら創造しようとする態度をはぐくむことができるようにする。 ・数理を自ら創造しようとする態度をはぐくむことができるように、円外の点からの接線を作図する活動を設定する。 ・数学の美しさを実感することができるように、図形の性質のつながりの視点から活動を振り返る場を設定する。

本時
4 / 4

本時 公開授業 1 第3学年〇組教室 第二次の1時(4/4)

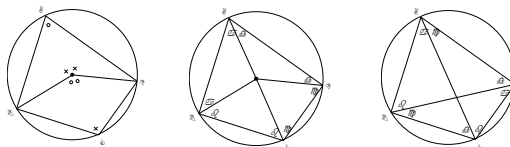
本時の援助観

前時までに子どもは、円周角の定理や接弦定理を二等辺三角形の底角が等しいこと、三角形の1つの外角が内対角の和に等しいこと等を基に、2つの等しい角を見いだし、論理的に説明して、円の性質に関する数理を構成している。そこで本時では、円に内接する四角形において成り立つ性質を考察し、円周上の点の移動の視点を基に、円周角の定理、接弦定理、円に内接する四角形の性質を統合的に捉え直す活動を設定する。

主眼

円に内接する四角形の対角の和に関する性質を見いだし、論理的に考察し、既習の数理を統合的に捉え直すことができるようにする。

本時の過程

学習活動・内容	援助のねらい・内容・方法	形態	配時
<p>1 本時学習の方向性を確認する。</p> <p>(1) 既習の円の性質を確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 円周角の定理 ・接弦定理 どのような三角形も円に内接する <p>(2) 問題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> 四角形が円に内接するためには、どのような条件が必要なのだろうか。 </div> <ul style="list-style-type: none"> 正方形や長方形であればよい GeoGebraで確認すると、対角の和が180°になっている 対角の和が180°であればよいのではないか <p>(3) めあてを設定する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> 円に内接する四角形の対角の和はいつも180°になるのか説明しよう。 </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> 円に内接する四角形の対角の和に関する性質を見いだし、本時学習内容への関心を高めることができるようにする。 </div> <ul style="list-style-type: none"> これまでの性質との関連を想起することができるように、既習の円の性質を確認する活動を設定する。 円に内接する四角形の対角の和に関する性質を見い出すことができるようにどのような条件で四角形が円に内接するのか考える活動を設定する。その際ICT機器を活用し、それぞれの角度の関係を視覚的に捉える場を設定する。 課題を焦点化することができるようにめあてを設定する活動を設定する。 	学級集団	10
<p>2 円に内接する四角形の対角の和について考える。</p> <p>(1) 仮説を立て、検証する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 円周角の定理が使えないか 二等辺三角形の性質が使えないか <div style="text-align: center;">  </div> <p>(2) 既習の数理との共通点や相違点を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> 証明方法は似ているが、これまでは等しい角を証明していて、今回は等しい角ではない 円に内接する四角形では、等しい角はないのだろうか <div style="text-align: center;">  </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> 円に内接する四角形の対角の和に関する性質を、既習の数理を活用して論理的に考察することができるようにする。 </div> <ul style="list-style-type: none"> 円に内接する四角形の対角の和に関する性質を、論理的に考察することができるように、円周角の定理や接弦定理の証明を基に、仮説を立て、検証する活動を設定する。 既習の数理との関係に気づくことができるように、共通点や相違点について考える活動を設定する。その際、ICT機器を活用し、点の移動による変化を視覚的に捉える場を設定する。 	小集団 / 学級集団	30
<p>3 本時を振り返る。</p> <p>(1) 円の性質に関する数理を振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> 円に内接する四角形の対角の和は180°になり、円周角の定理や二等辺三角形の性質で証明できた 点の移動に着目することで、3つの性質のつながりが見えてきた 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> 円に内接する四角形の対角の和と円周角の定理、接弦定理を統合的に捉え直すことができるようにする。 </div> <ul style="list-style-type: none"> 既習の数理を統合的に捉え直すことができるように、どのようにして、何がわかったのか、の視点で振り返る活動を設定する。 	学級集団	10

活動の評価

知識・技能	・円周角と中心角の関係の意味を理解し、証明によって演繹的に導くことができることを知ることができる。
思考・判断・表現	・円周角と中心角の関係から、円の性質に関する数理を見いだすことができる。 ・円の性質に関する数理を活用し、統合的に捉えることができる。
主体的に学習に取り組む態度	・定理を統合的に捉えるよさを実感し、新たな数理を見いだしていこうとしている。

※ 知：知識・技能 思：思考・判断・表現 態：主体的に学習に取り組む態度

次	時	学習活動	評価規準（観点：方法）	指導の個別化（手だて）
一	1 ①	1 円の性質について課題を設定する。 (1) 漁船が安全に航行できる方法について考える。 (2) 学習課題を設定する。 学習課題 円周上の点を結んだときにできる角の性質を考えよう。	・円の性質を学ぶ必然性を実感することができる。 (態：学習プリント)	「何がわかっている、何がわかっていないのか」を明らかにし、「何がわかれば問題を解決できそうか」問い課題を焦点化するための問答を行う。
	二	1 ④	2 円周上の点を結んだときにできる角について考える。 (1) 円周角と中心角の関係について考える。	・二等辺三角形の性質や外角の定理を基に、円周角の定理を見だし、理解することができる。 (知：学習プリント)
(2) 接線と弦がつくる角について考える。			・円と接線の関係や円周角の定理を基に、接弦定理を見だし、成り立つ根拠を説明することができる。 (思：学習プリント)	弦を1つの直径にする特別な状況を基に、ICT機器を用いて点を移動し、一般化したときにも変わらない関係を視覚的に確認する。
(3) 円に内接する四角形について考える。			・二等辺三角形の性質や円周角の定理を基に、円に内接する四角形の性質を見だし、成り立つ根拠を説明することができる。 (思：学習プリント)	既習の証明において補助線を引いたことによってどのような情報が得られたのか、これまでの板書をロイロノート（協働学習支援ツール）で確認し、試行錯誤するための視点を確認する。
			・円の性質に関する数理を統合的に捉えることができる。 (思：学習プリント)	同じ角度を記号で表し、共通点を、ICT機器を用いて視覚的に提示する。
三	1 ①	3 円の接線について考える。 (1) 円の外部にある点から、円への接線を作図する方法を考える。	・新たな数理を見いだそうとしている。 (態：学習プリント)	「どのような半直線を作図すればよいか」と問い、そのときに成り立つ性質は何か確認する。