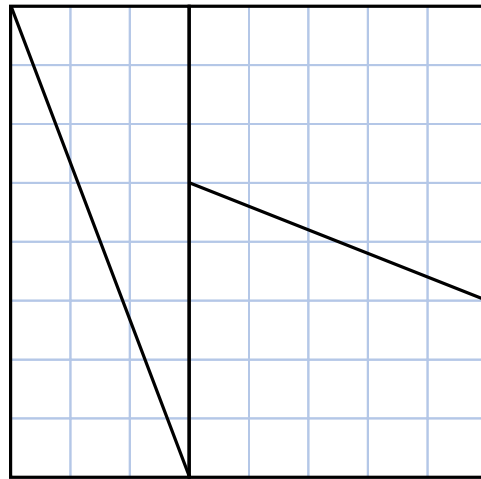


# 形を変えると面積が変わる

## ふしぎなパズルのなぞ

※三角形、台形などの面積が求められる人が対象です。



# はじめに...

このスライドを見てくれて、ありがとうございます。

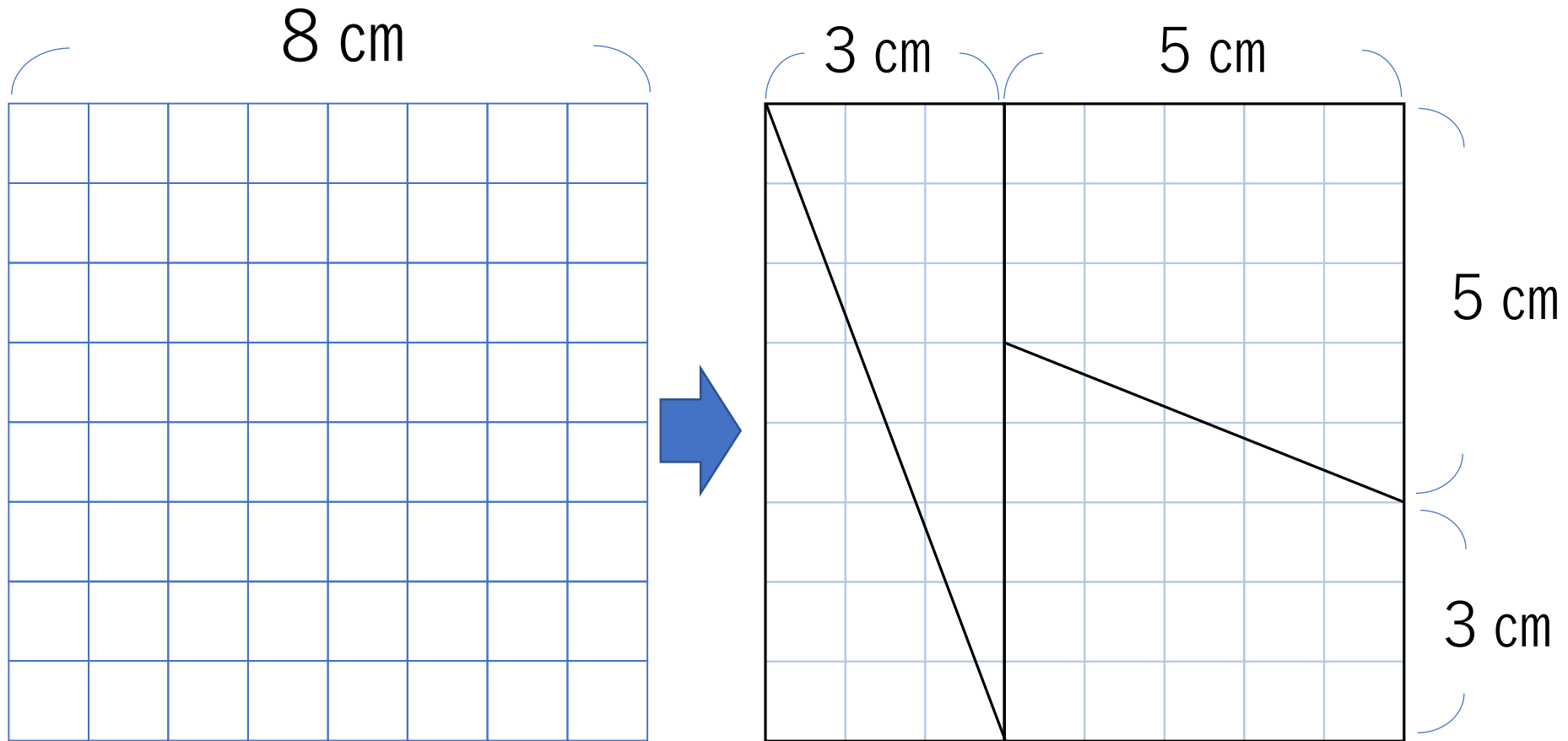
このタイトルで、このページを開いた人は、「形を変えても、面積は変わらんやろう！」と思った人、つまり、面積の意味が分かっている人だと思います。

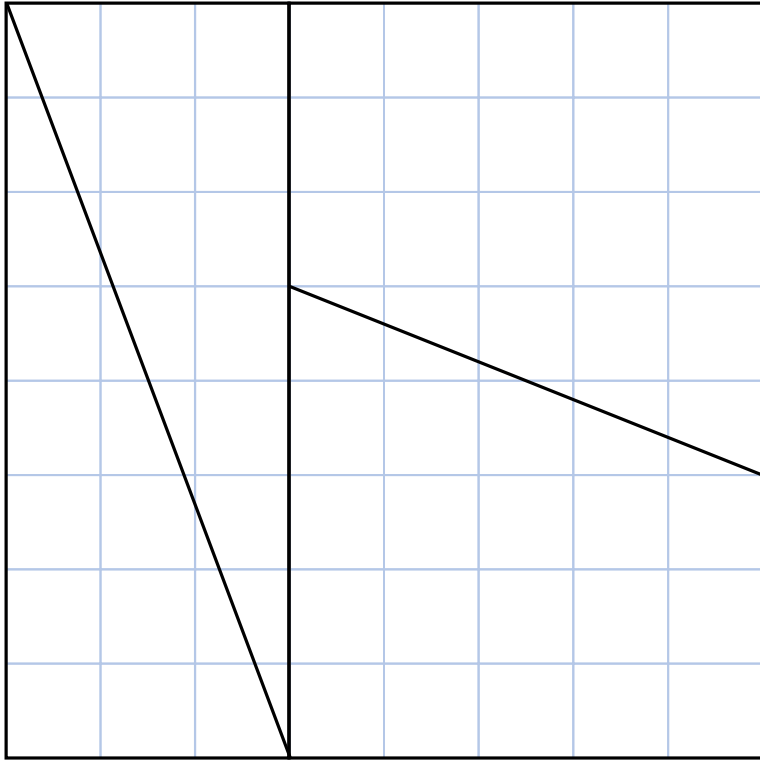
私は、いろいろな学級でこの問題を出してきましたが、みんなけっこう、「ん、なんで？」と思って、そのなぞに挑戦してくれました。

ぜひ、みなさんも、なぞを解いて下さい！



まず、1 cmのマス目が入った紙（工作用紙、または、普通のノートでもいいです）に、一辺が8 cmの正方形をかき、下の右のような線をかいてください。



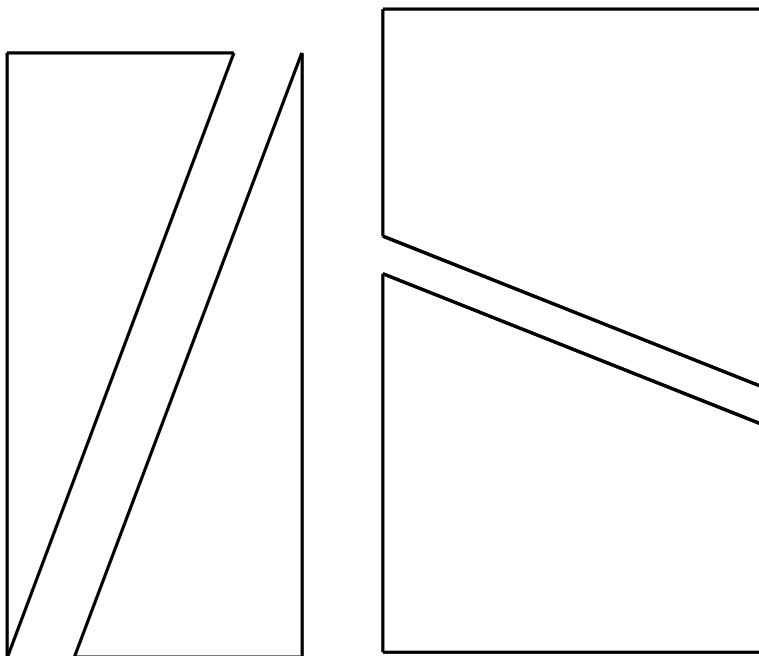
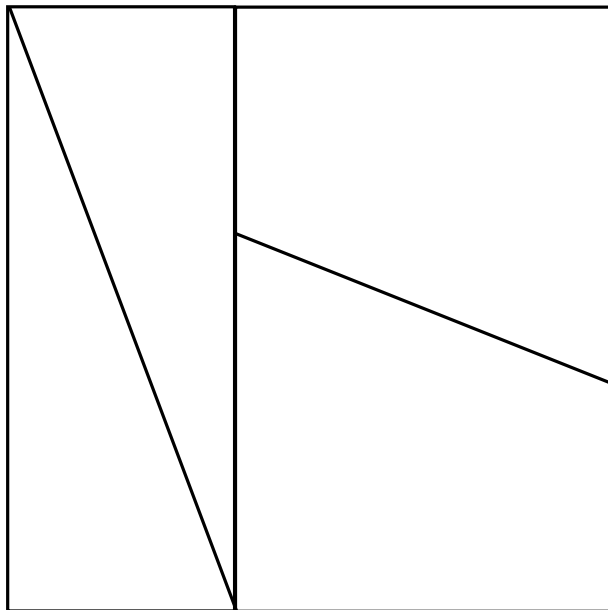
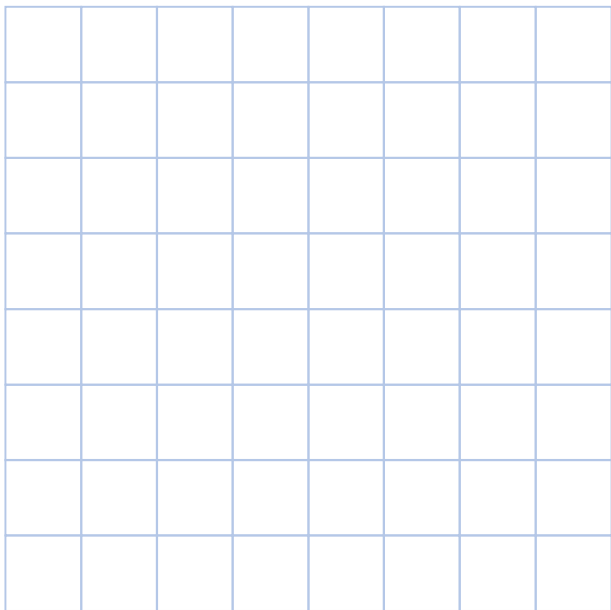


全体の面積は、

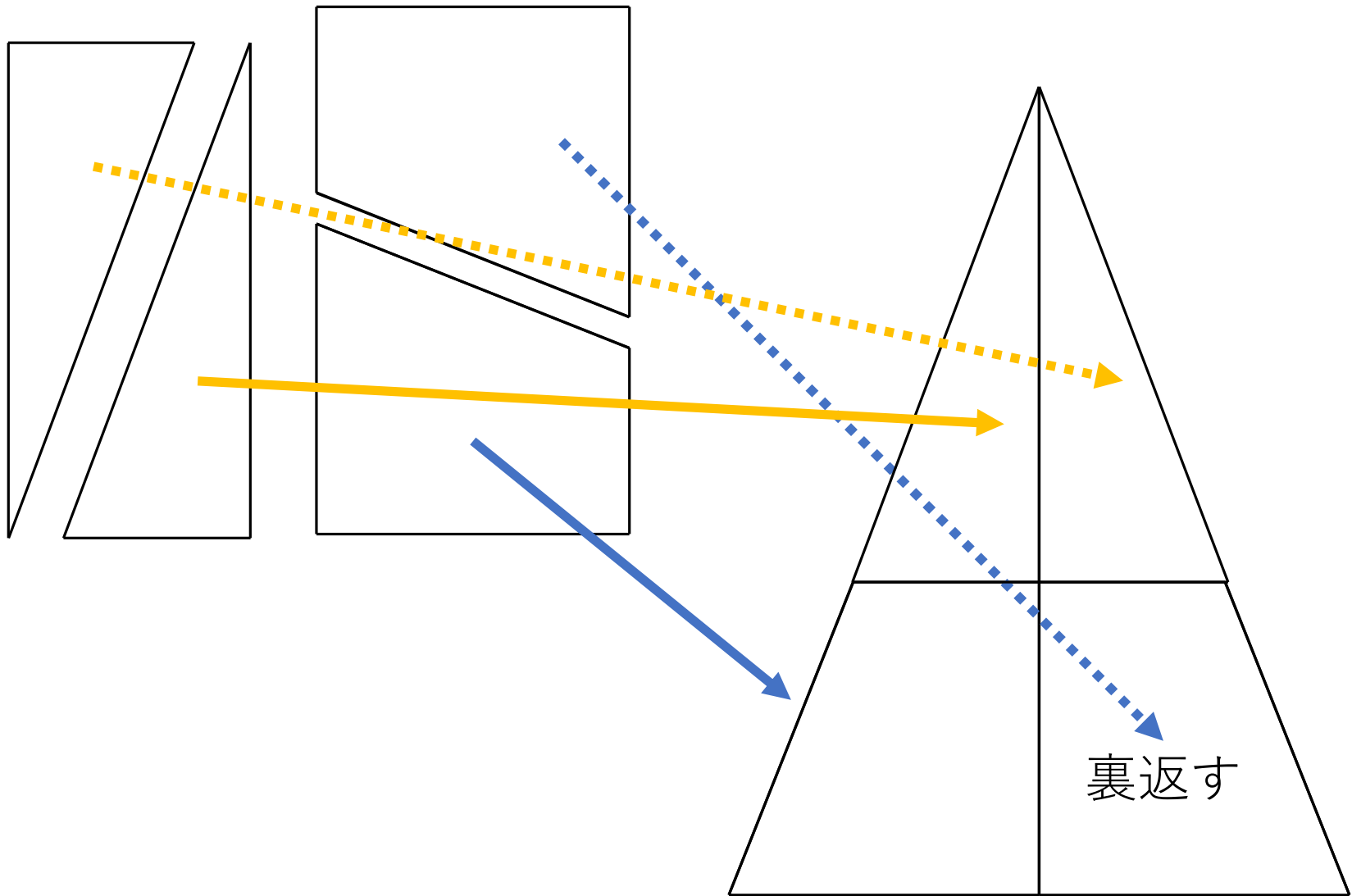
$$8 \times 8 = 64 \quad 64 \text{ cm}^2$$

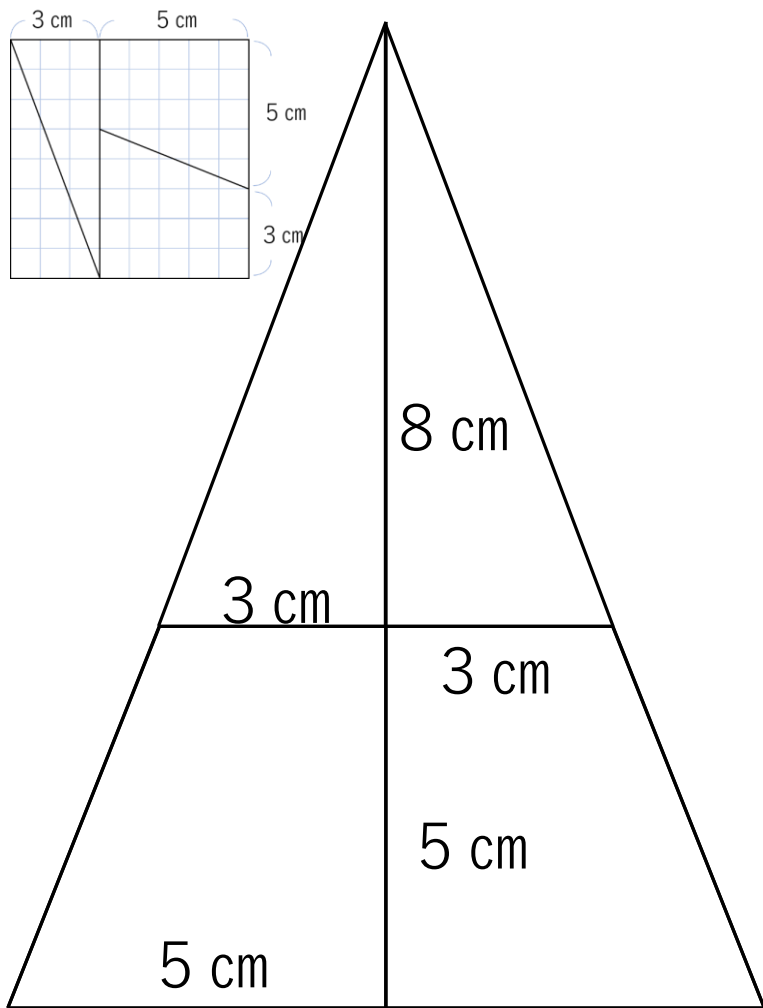
ですね。

この正方形を、この線で切って、2つの三角形、2つの台形に切り分けて下さい。



この4つのピースをならべかえて、右のような形を作ってください。（2つを裏返す必要があります。）





この形のそれぞれの長さは、このようになっているはずですよ。

確認して下さい。

では、この形の面積を求めてみましょう。

**「ならべかえたただけなので、面積は変わらない！」**

64 cm<sup>2</sup> になりました？

**必ず、一度答えを出してから、次のスライドを見て下さい！**

求める式

答え

**あれっ？** っと思ってくれた人？ いますか？

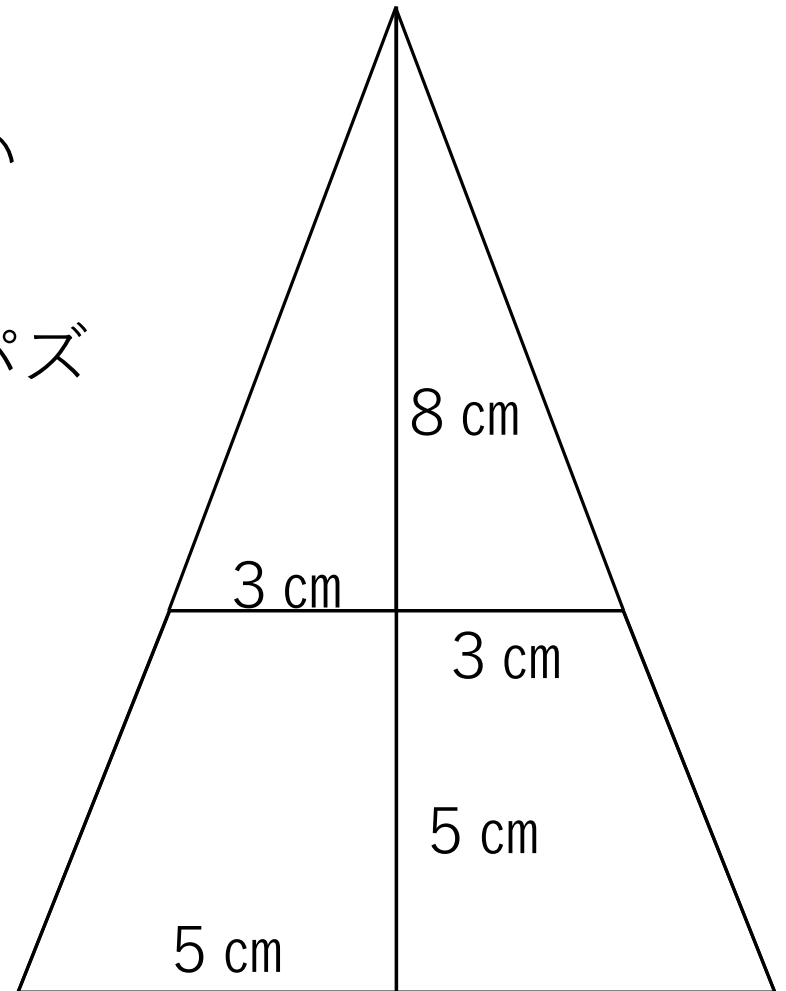
このなぞ、解きたいと思いませんか？

65 cm<sup>2</sup> になりませんでしたか？

多分、多くの人がなってると思いますが...

※この時点で分かった人はこのパズルを知っている人だと思います...

どうして、1 cm<sup>2</sup>  
増えた??  
なぞを解こう！





もう一度、計算してみましよう。65 cm<sup>2</sup>になった人は、多分、

$$10 \times 13 \div 2 = 65 \quad \text{としたはずですが。}$$

これは、正しいですか？

確かめるとしたら何でしょう？

使った公式？

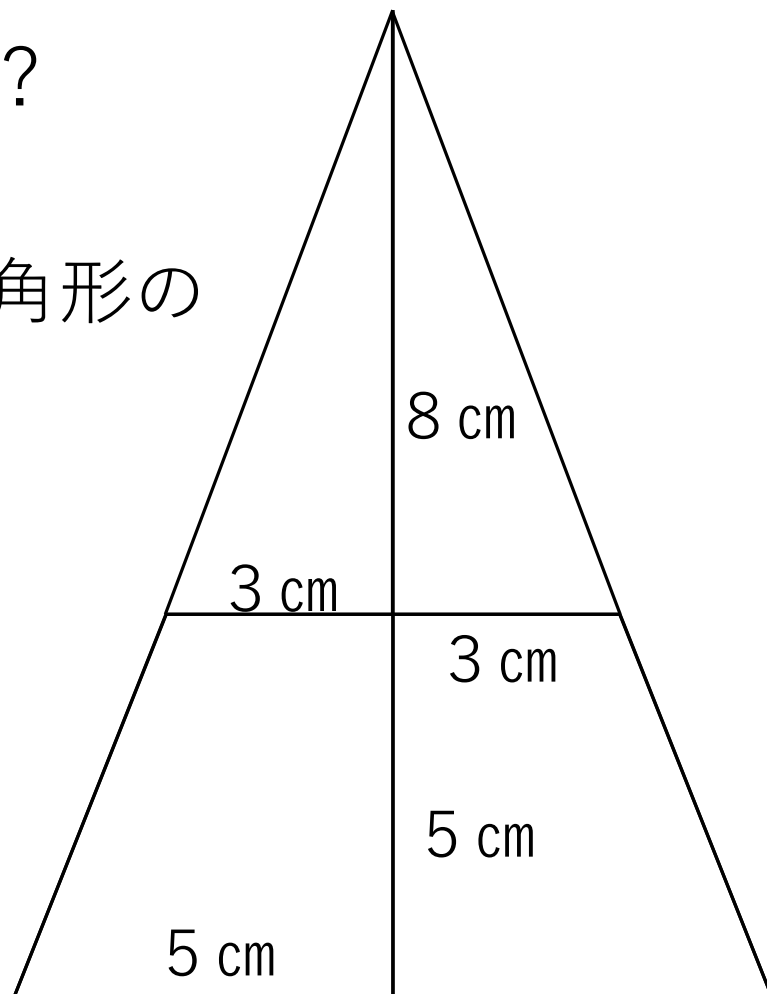
みなさんが使った公式は、三角形の面積を求める公式ですね。

「底辺×高さ÷2」...

確かに、そうしたら65...

それは、間違っていないですね。

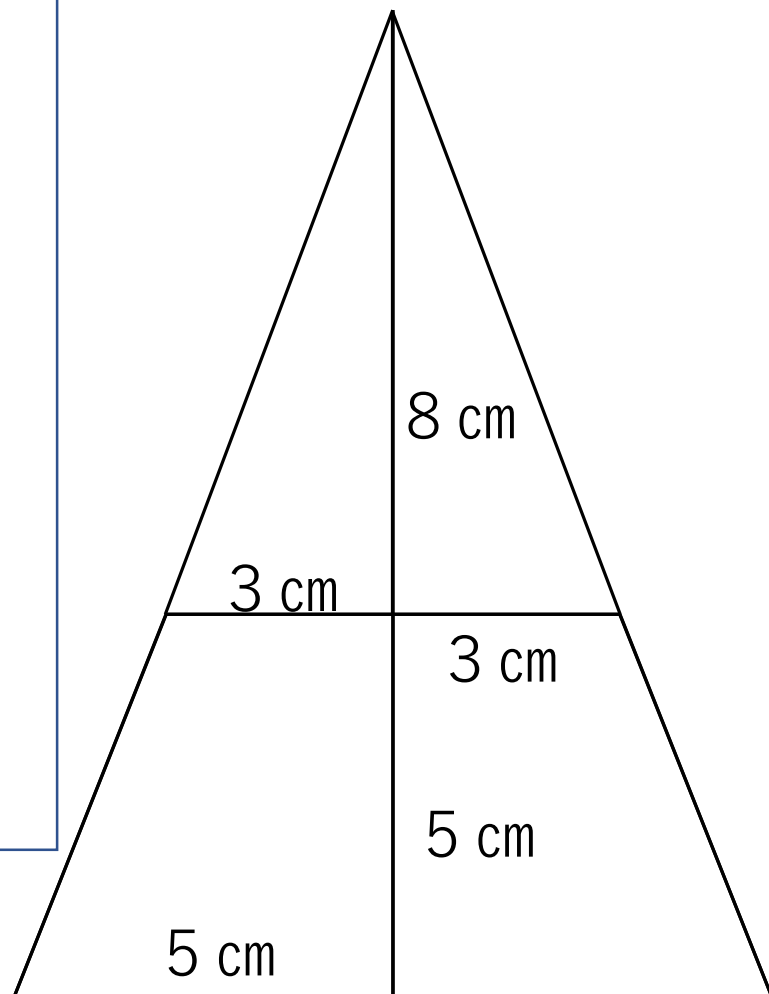
では、どうして？



少し、自分で考えてみましょう！

※ある人は、一つ一つの部品面積から確かめていました。

※また、ある人は、2つのパーツを...

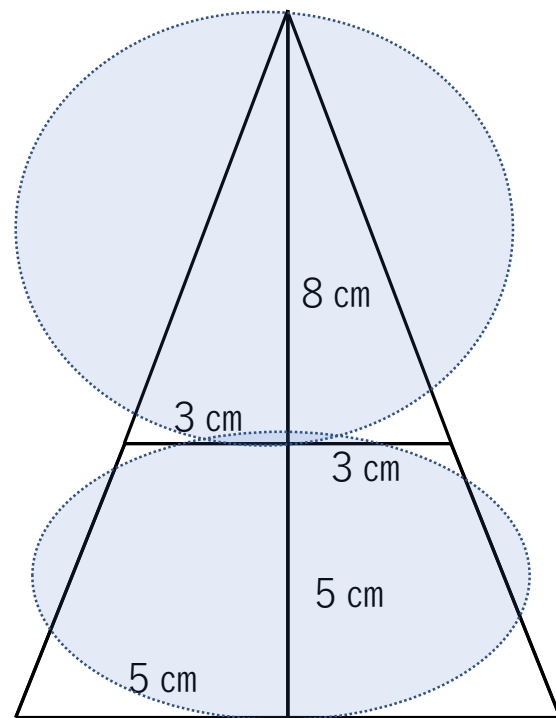
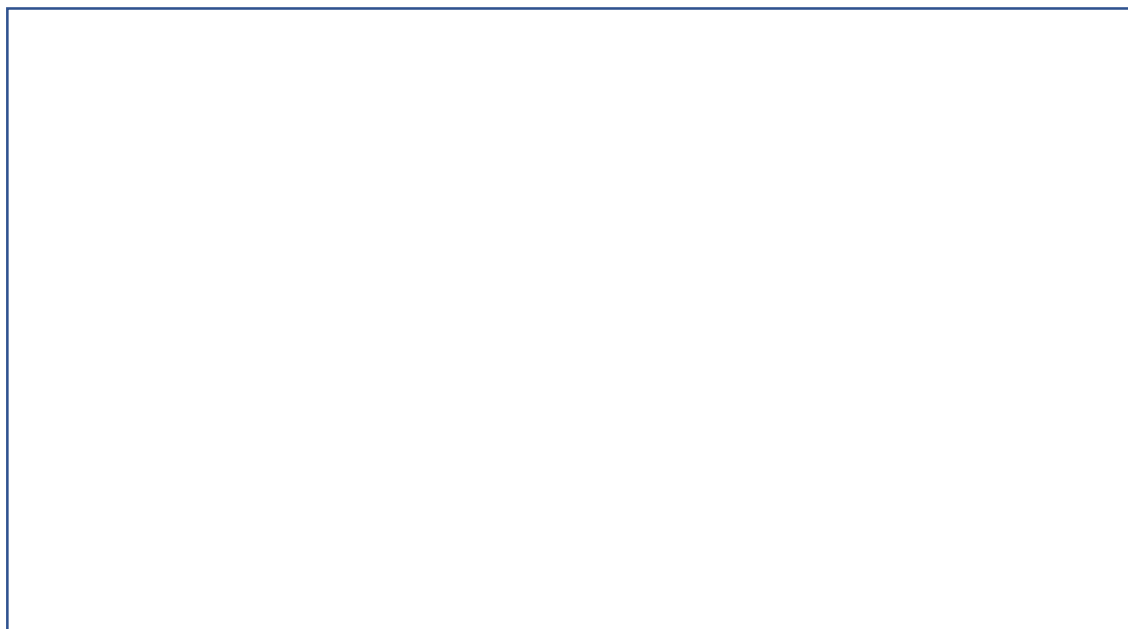


※ヒントがほしい人は、次のスライドへ

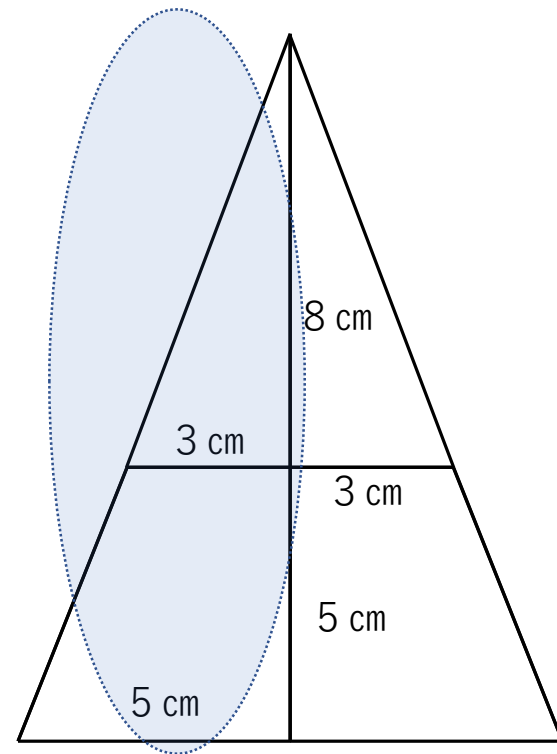
※ここからは、なぜ解きの解説になります！

2つのパーツを組み合わせて計算しているある子がこんなことに気付きました。

「上半分の2つの三角形を合体した三角形、下半分2つの台形を合体した台形、それぞれの面積を求めて、面積をたしても、 $64\text{ cm}^2$ になります。」  
(やってみましょう。)



「でも、たてで2つに分けて、片方の面積を求めたら、変な数になります。」（やってみましょう。）



おやっ？確かに変ですね。上の左半分の三角形の面積は、 $3 \times 8 \div 2 = 12$ 、下の左半分の面積は、 $(5 + 3) \times 5 \div 2 = 20$ 、合わせたら32になって、合わせたら32、つまり、全部で64なのに、

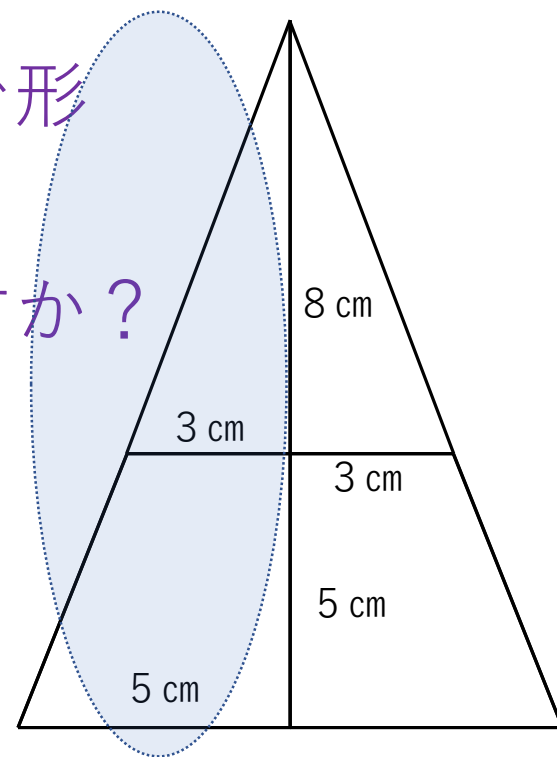
左半分の大きな三角形（？）の面積を求めたら、  
 $5 \times 13 \div 2 = 32.5$ ？ これの2倍で  $65 \text{ cm}^2$   
どうして、べつべつに計算したら  $32 \text{ cm}^2$ なのに、  
2つ一緒に計算したら、 $32.5 \text{ cm}^2$ ??

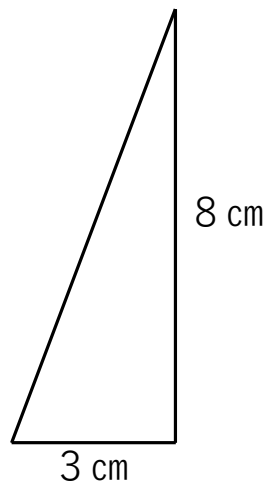
もう一度、確かめましょう。

別々に計算した2つは、三角形と台形  
ですか？

合体して計算した形は、三角形ですか？

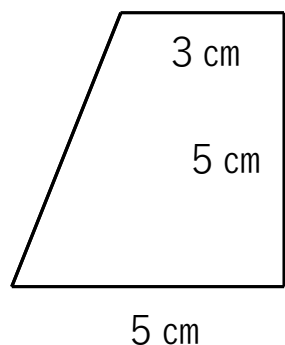
※このあたりで、気付く人も  
出てきます...





この形は、正方形をたてに分けた長方形を、対角線で2つに分けているから、間違いなく三角形です。だから、面積も、

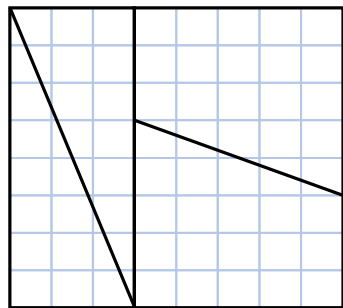
$3 \times 8 \div 2 = 12$   $12 \text{ cm}^2$  でまちがいないですね。



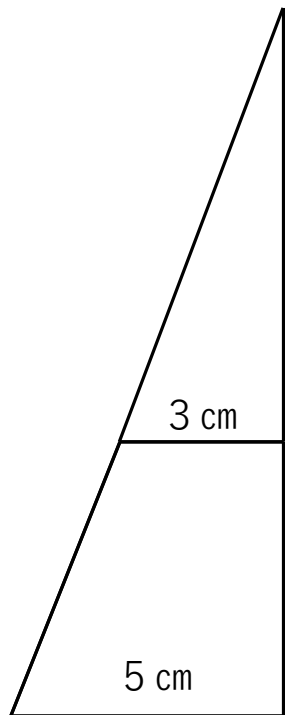
では、これは？長方形をななめに切ったうちのひとつなので、上下の辺は平行。だから台形。だから、面積は、公式を使って、

$$(5 + 3) \div 2 = 20 \quad 20 \text{ cm}^2$$

これもまちがいありません。



ではどうして、こうなっているのでしょうか？  
あと1つ、確かめなければならない形があります。



残る1つは、この形！

これは、何という形でしょう？

えっ、三角形？ どうしてそう言えますか？

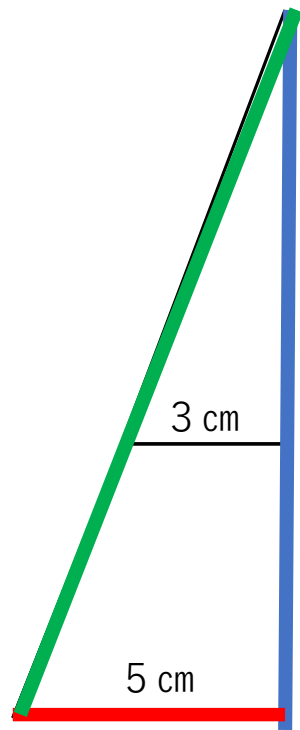
上の三角形と下の台形、つなぎめは、3 cm  
で同じ長さですが、それだけで三角形と言え  
ますか？

三角形とは、どんな形でしょう？

「三本の直線で囲まれた形」ですね。

これは、三本の直線で囲まれた形ですか。

そう見えますが...



このたての辺（青）は、直線ですね。  
なぜなら、2つのどちらも右下の角は、  
直角になっているから。

また、この下の辺（赤）も、直線ですね。  
正方形の一部の辺だから...

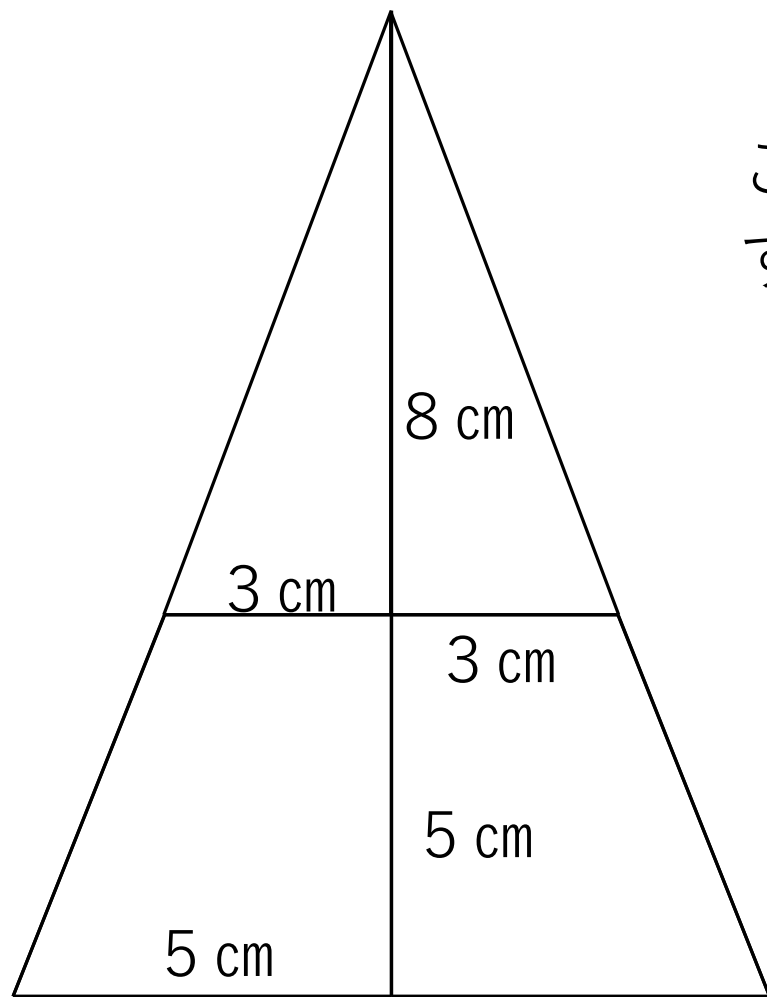
あやしいのは、ななめの辺（緑）です。  
これが、直線になっている、ということは、  
どうすれば説明できますか？

いよいよ、なぞを解きます。

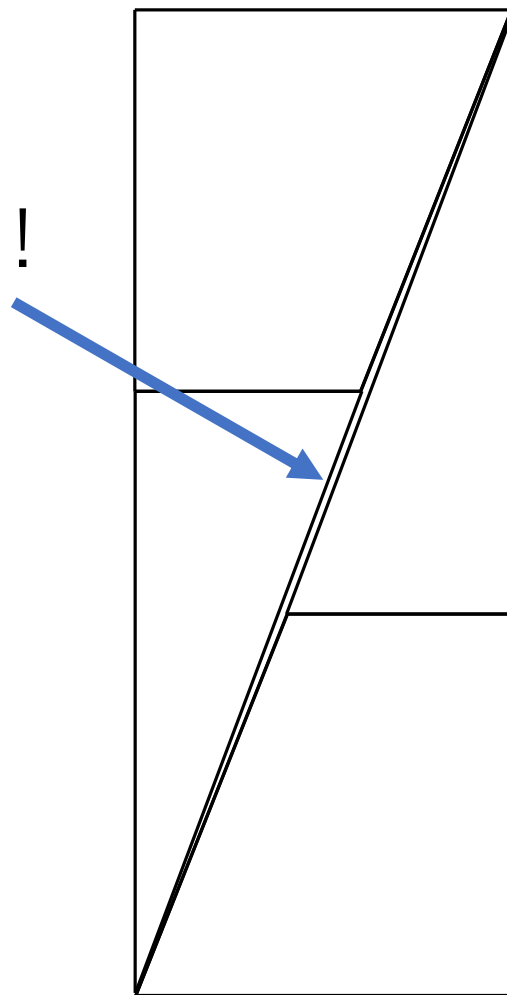


左にある**この形**を、縦に2つに分けて、片方をひっくり返して、右のような形を作ると...

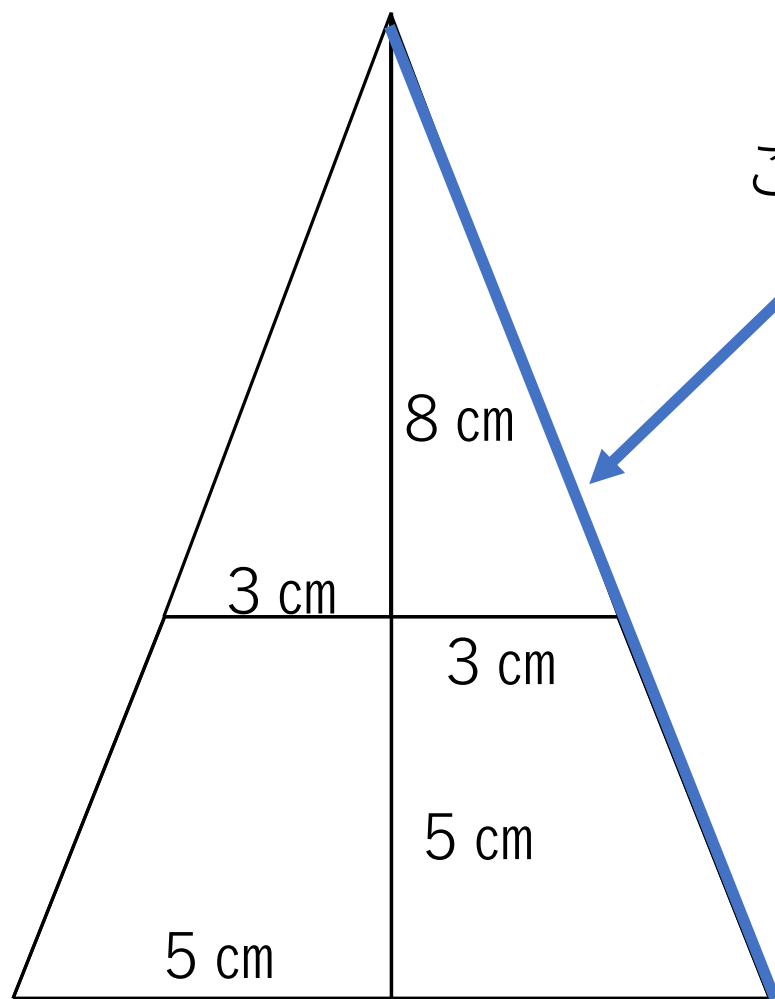
長方形に見えます。面積を求めると、 $65\text{ cm}^2$ !



ここに  
すきが!!

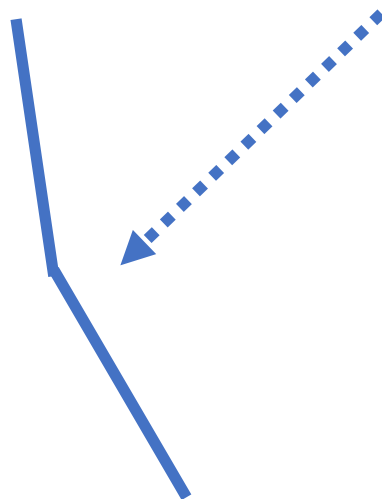


見た感じ、この形は三角形ですが、ななめの辺が直線ではない、つまり、この形は三角形ではない。そもそも、私は、こんな形、この形としか言ってません。

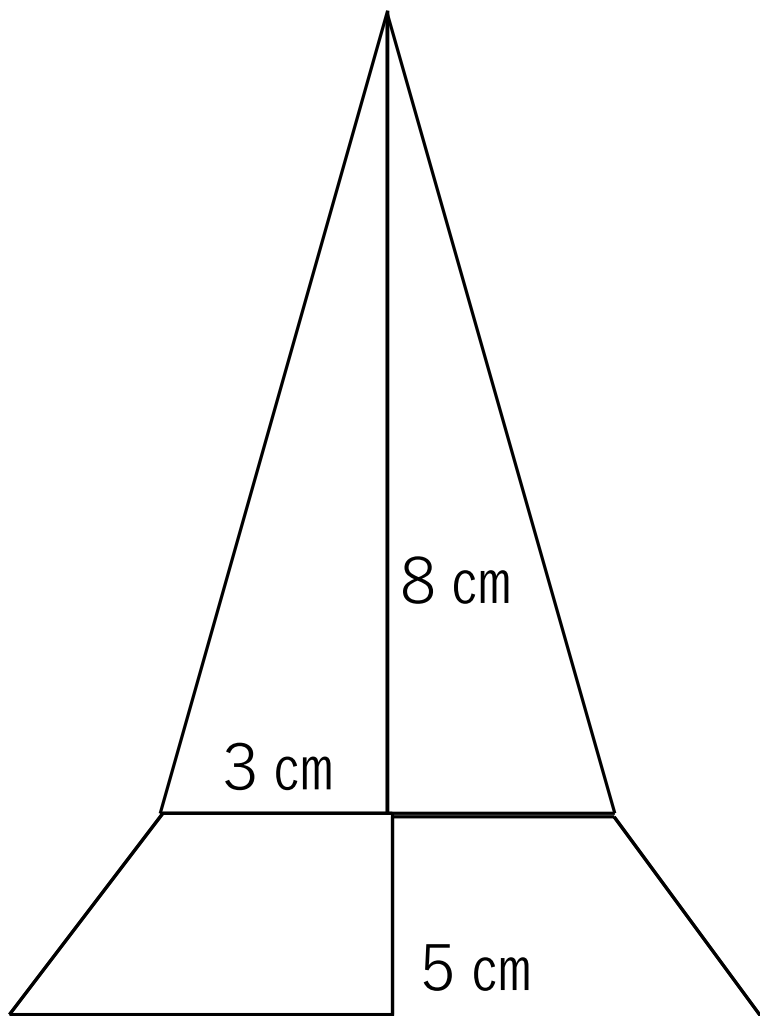


ここは直線ではない！

こうなっている.....

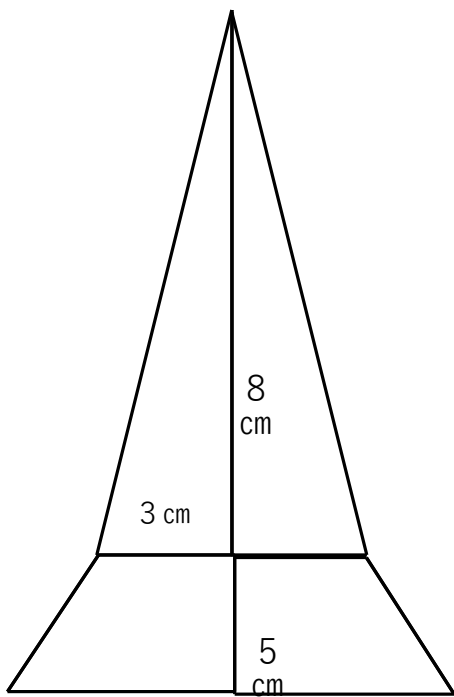


きよくたんに表すと、この形は三角形ではなく、上の三角形と下の台形を合わせた形、でしかない、そういうことです。



**これは三角形！  
と  
思って  
三角形の公式で、  
 $10 \times 13 \div 2 = 65$   
としてしまっただけで、  
面積が増えたわけでは  
ありません……**

ちょっと失礼な言い方をすると、  
一見、三角形に見える右のような形を、三角形だとい  
うことを確かめもせず、三角形の公式を使った結果、  
こうなった！ ということになります。  
つまり、「 $1\text{ cm}^2$ 増えた」のではなく、「 $1\text{ cm}^2$ 広い別の  
形を求めていただけ」です。



## 「だまされた！！」

ある学級で、こうさけんだ子  
がいました。そうです。ある意  
味、この教材は「だまし」です。  
が、この問題からは、いろん  
なことが学べます。

☆聞いて下さい！

算数の問題場面に限らず、「こうなってるはずなのに、  
なんでこうなってしまうのか？」

ということがあります。

そのとき、自分が考えてきた過程に、「間違ってる点、  
見落としている点は、ないかな？」と考えることが大事  
です。

この問題でいうなら、最後に一緒に考えたように  
「これは三角形で間違いない」「公式は間違っていない」  
「では、この形は…」と順序よく考えたことです。

これから先、

**「どうして、こういうこと（間違い）が、起きてしまったんだ！」**

という時、（少し腹が立ったこの問題を思い出し、）

そうなった原因をばらばらに考えるのではなく、

**順序よく、1つずつ 確かめていけば、**

**「あっ、ここを見落としていたぞ。」**

**という点に気付くことができます！！**

※それでも、腹が立った人は、このパズルを他の人に紹介して、同じ思いをさせましょう...

※おうちの人も、ほぼ、みんなひっかかります。

以上、面積が変わった！  
と思ったら、

ただのかんちがい.....

という問題でした。

こんな終わり方ですみません...  
でも、おもしろかったですよ！

