

1 単元 「図形と相似」

2 指導観

- 身の周りには、設計図や測量、プロジェクターの投影など、図形の性質が様々な場面で活用されている。また、アリストテレスが哲学の方法として論理学を体系化して以来、論理的思考は、教育でもビジネスでも意思決定や問題解決を行う時に重要な能力として位置付けられている。

本単元は、平面図形や基本的な立体における相似の意味や三角形の相似条件を理解し、図形の基本的な性質について三角形の相似条件などを用いて論理的に確かめたり、相似な図形の相似比と面積比や体積比の関係などを用いて図形の計量ができたりすることをねらいとする。学習内容としては、相似の意味及び三角形の相似条件、図形の基本的な性質を論理的に確かめること、平行線と線分の比についての性質、相似比と面積比や体積比との関係、相似な図形の性質を具体的な場面で活用することなどがある。これらの学習を通して、図形の性質について、いくつかの図から帰納的や類推的に成り立つ性質を予想して確かめることができるようになり、計量についても与えられた条件から辺の長さや角の大きさなどを求めるとき、推論の過程を他者に伝わるように分かりやすく表現できるようになる。また、条件を変えるなどして既に成り立つ性質の適応範囲を広げたりするなど、統合的・発展的に考える経験ができることから本単元は意義深い。

- 本学級の生徒は、小学校算数では図形の合同や拡大図、縮図、中学校数学科では、第1学年で平面図形における図形の移動、第2学年で平行と合同や三角形の合同条件を学習し、それらを用いて図形の性質を見だし、論理的に証明することを学んでいる。事前調査では、平行や合同などを記号で表すことができた生徒は〇%、角の大きさを求めることができた生徒は〇%、比例式や二次方程式を解くことができた生徒は〇%、立体の体積と表面積を求めることができた生徒は〇%であった。また、図形の性質を証明できた生徒は〇%、証明を読む問題で足りない部分を補うことができた生徒は〇%、簡潔・明瞭な表現に証明を書き直すことができた生徒は〇%であった。質問紙法では、証明が得意であると答えた生徒は〇%であり、苦手な理由として「情報整理が難しい」「根拠を導き出すまでの過程がわからない」「書きたいことをどのように書けばよいかわからなくなる」がある。また、簡潔・明瞭な表現を考えないと答えた生徒は〇%で、理由として「表現を変えることで間違えたくない」「書き足りないで減点される」と答えている。これらの原因としては、与えられた図と問題文の関連がわからない、結論から逆向きに考えることが苦手である、証明のしくみが理解できていない、修正する経験が足りないなどが考えられる。
- 本単元の指導にあたっては、証明を書くだけでなく、証明の方針を立て、既習内容の生かし方を検討したり伝え合ったりする活動を通して、逆向きに考える経験を積みませたい。また、証明を振り返り、見直したり修正したりする活動を通して、証明のしくみや進め方を捉えることができるようにしたい。そのためにまず、三角定規と縮小コピーした三角定規の関係を探らせる。ここでは、相似な図形の性質をつかませるために、拡大図と縮図の関係にある2つの図形を提示し、変わるところと変わらないところを見つけさせる。次に、相似な三角形の条件や性質、平行線と線分の比の関係を探らせる。ここでは、簡潔・明瞭な証明を書かせるために、用意した証明を読む時間を設け、修正する活動を仕組む。また、代表生徒の説明を聞く場面では、説明の不明な点を明らかにさせるために、納得できていないところがある生徒には板書の写真に丸囲みや下線を引かせ、全員が納得できるまで協働で解決させる。さらに、相似比と面積の比などの関係を探らせる。ここでは、相似な多角形の面積の関係を明らかにするために、対角線をひいて三角形をもとに考えさせる。最後に、日常生活で図形の相似を活用させる。ここでは、実物を使用し、相似な図形とみなして考える機会や実際に中庭に出て校舎や木の高さを求める活動を設ける。

3 目標

- 相似の意味を説明でき、三角形の相似条件、平行線と線分の比、相似な図形の相似比と面積比や体積比の関係をを使って、線分の長さや面積などを求めることができる。
- 三角形の相似条件などを基にして、相似な図形に表れる性質やそれらの性質が成り立つ根拠について考え、論理的に確かめたり、具体的な場面で利用の仕方を考えたりすることができる。
- 相似な図形に表れる性質を見だし、その性質のよさを実感し、相似条件や平行線と線分の比の定理などを活用して問題を解決し、その過程や結果を振り返って検討しようとしている。

4 計 画 (14 時間)

知：知識・技能 思：思考・判断・表現 態：主体的に学習に取り組む態度

次	時	学習活動・内容	手だて(○) 研究に関する手だて(◎)	評価規準
一	1	1 三角定規と縮小コピーした三角定規の関係を探る。 ・相似の意味, 相似比 ・相似な図形の性質	○ 相似な図形の性質をつかませるために, 拡大図と縮図の関係にある2つの図形を提示し, 変わるところと変わらないところを見つけさせる。	態: 相似な図形の性質を見いだそうとしている。
二	8	2 相似な三角形の条件や性質, 平行線と線分の比の関係を探る。 (1) 2つの三角形が相似になる条件を調べ, それをもとに図の中に隠れた相似な三角形を見つける。 ・三角形の相似条件 (2) 2枚の折り紙を重ねてできる三角形が相似になることを証明する。 ・相似条件を利用した証明 (3) 折り紙を折ってできる三角形が相似になることを証明する。 ・方針を立てて証明をすること (4) 三角形について平行線と線分の比の関係について調べる。 ・平行線と線分の比の性質 (5) 平行線にはさまれた線分の比について調べ, それを基に線分の長さを求める。 ・平行線にはさまれた線分の比の性質	○ 相似条件を予想させるために, 合同条件から類推させ, 条件に当てはまる三角形をかいて相似になるか確かめさせる。 ○ 簡潔・明瞭な証明を完成させるために, 用意した証明を読む時間を設け, 修正させる。 ◎ 理解の程度を顕在化させるために, 4人班にし, 自分が意思表示したカードの色とその理由を伝え合わせる。【A3】 ○ 図形の中に補助線を加えた理由をつかませるために, 証明を読み直す時間を設ける。 ○ 線分の長さとその理由を明らかにさせるために, どの性質を活用したのか, 根拠は何かを伝え合わせる。	思: 相似条件をもとに, 相似な三角形の組を判別し表現できる。 思: 三角形の相似条件などを基に, 図形の性質を論理的に証明できる。 思: 方針に基づいて, 図形の性質を論理的に証明できる。 思: 平行線と線分の比の性質を見だし, それを用いて証明できる。 知: 平行線にはさまれた線分の比の性質を用いて線分の長さを求めることができる。
	本時	(6) 三角形の角の二等分線と辺の関係を見だし, 論理的に証明する。 ・相似な図形の性質や平行線と線分の比の性質を利用した証明	◎ 説明の不明な点を明らかにさせるために, 納得できていないところがある生徒には写真に丸囲みや下線を引かせ, 全員が納得できるまで協働解決させる。【A2】	思: 角の二等分線と線分の比の関係を見だし, 平行線と線分の比の性質などを用いて証明できる。
		(7) 比が等しいと平行になるか調べる。 ・平行線と線分の比の性質の逆 (8) 四角形 ABCD の中点を結んでできる四角形について調べる。 ・中点連結定理を用いた証明	○ 平行線な線分である根拠を明らかにさせるために, 理由を伝え合わせる。 ○ 四角形の形が変わっても変わらないものがあることに気づかせるために, ICT を使って図形を動的に提示する。	知: 平行線と線分の比の逆を用いて平行な線分を見つめることができる。 思: 中点連結定理を用いて図形の性質を証明できる。
三	2	3 相似比と面積の比などの関係を探る。 (1) 相似比と面積の比の関係を用いて面積を求める。 ・相似比と面積比 (2) 相似比と体積の比, 表面積の比を用いて体積と表面積を求める。 ・相似比と体積比, 表面積比	○ 相似な多角形の面積の関係を明らかにするために, 対角線をひいて三角形をもとに考えさせる。 ◎ 体積や表面積を求めさせるために, 「公式」「展開図」などを書いた単語カードを用意する。【B1】	思: 面積比の性質を帰納的に見だし表現できる。 知: 相似比を使って体積を求めることができる。
四	3	4 日常生活で, 図形の相似を活用する。 (1) 2つの商品の量と価格からどちらが得か相似を使って説明する。 ・相似を活用した問題解決の方法 (2) ~ (3) 校舎や中庭にある木の高さを手鏡とメジャーで求める。 ・相似を活用した問題解決の方法	○ 日常の場面で相似を使って問題を解決させるために, 実物を使用し, 相似な図形とみなして考える機会を設ける。 ○ 日常生活で相似を利用できることに気づかせるために, 実際に中庭に出て校舎や木の高さを求める活動を仕組む。	思: 事象を理想化して, 相似な関係を見だし問題を解決できる。 態: 縮図を使って実測が難しい校舎や木の高さを求めようとしている。

5 本 時 令和3年〇月〇日 (〇) 第1校時 3年〇組教室にて

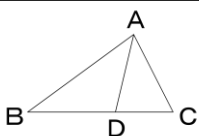
(1) 主 眼

○ 平行線と線分の比の性質が使えるように1本以上の補助線を加える活動を通して、三角形の角の二等分線と線分の比の性質を論理的に考察し表現できる。

(2) 準 備

- ①二等辺三角形のスライド
- ②複数の三角形 (GeoGebra)
- ③補助線を書き込む三角形のスライド

(3) 過 程

学習活動・内容	準備	手だて (〇) と研究に関わる手だて (◎) 評価 (◇)	形態	配時
1 $\angle A$ の二等分線で分けられた三角形の底辺の長さを実測し、きまりを見つける。 ・帰納的な考え方	①	○ 角の二等分線と辺の比の性質を証明する必然性を生むために、既習の二等辺三角形の性質を振り返り、一般的な三角形でも同じことがいえるかを問う。	一斉 ↓ ペア ↓ 一斉	10
<p>【問題】 右図のように、$\triangle ABC$があり、ADは$\angle A$を2等分する直線です。このとき、ADは、BCをどのように分けるでしょうか。</p> 				
めあて 1本以上の補助線を利用して、 $AB : AC = BD : CD$ が成り立つことを証明しよう。		○ $\angle A$ の二等分線が辺 BC を2つに分けるときのきまりを見つけさせるために、複数の三角形の測定結果から、共通点を探る活動を設定する。		
2 相似な図形の性質や $\angle BAD$ や $\angle CAD$ を生かす補助線の引き方を話し合い、 $AB : AC = BD : CD$ (角の二等分線と線分の比の関係)が成り立つ理由を考える。 ・図形の性質が使えるような補助線の引き方	③	○ 証明を進める見通しをもたせるために、補助線を加えた図を共有し、使えそうな図形の性質について話し合うよう指示する。 ○ 証明を進める手がかりを見つけさせるために、クラウド上にヒント箱を設置し、間接的な手がかりとして役立つ「図形の向きを変えてみよう」「図中に印を付けてみよう」などを書いたメモを4枚用意する。【B1】 ○ 個人解決における理解の程度を顕在化させるために、4人班にし、自分が意思表示したカードの色とその理由を伝え合うよう指示する。【A3】	一斉 ↓ 個 ↓ 一斉 ↓ 個 ↓ 4人	20
3 $AB : AC = BD : CD$ (角の二等分線と線分の比の関係)が成り立つ理由を学級全体で話し合う。 ・相似な図形の性質と二等辺三角形の性質の使い方 ・平行線と線分の比の性質と二等辺三角形の性質の使い方		◎ 代表生徒の説明で不明な点を明らかにさせるために、納得できていないところがある生徒には写真に丸囲みや下線を引かせ、一人も取り残さず、全員が納得できるまで協働解決させる。【A2】 ○ 発展的な思考を促すために、相似の証明が本当に必要であるかを問う。	一斉	15
4 証明に利用した補助線と図形の性質についてまとめる。 ・線分比の証明に有効な補助線の引き方 ・証明に利用できる図形の性質		○ 角の二等分線と線分の比の関係が成り立つ理由を生徒の言葉でまとめさせるために、「どんな補助線を引いたか」「どんな図形の性質を使って考えたか」の2点について口頭で説明させ、その説明通りに文章を書かせる活動を設定する。 ◇ 平行線と線分の比の性質や二等辺三角形の性質を利用して、角の二等分線と線分の比の関係が成り立つことを記述できたか。 ＜様相観察・ノート分析＞	ペア ↓ 個 ↓ 一斉	5
まとめ 点Cを通り、 AD に平行な直線と、 BA を延長した直線を引き、それから、平行線と線分の比の性質および二等辺三角形の性質を使うと証明できる。				